Partiell differenzieren

Einleitung

Wenn eine Funktion mehrere Variablen hat z.B.:

$$f(x,y) = 2x + y$$

und nach nur einer Variable abgeleitet wird, spricht man von der partiellen Ableitung.

$$f(x,5) = \ 2x + 5 \rightarrow \frac{\partial f(x,5)}{\partial x} = \frac{d(2x+5)}{dx} = \frac{d2x}{dx} + \frac{d5}{dx} = 2 + 0 = 2$$

$$f(7,y) = \ 2 \cdot 7 + y \rightarrow \frac{\partial f(7,y)}{\partial y} = \frac{d(14+y)}{dy} = \frac{d14}{dy} + \frac{dy}{dy} = 0 + 1 = 1$$

Im obigen Beispiel, gibt es zwei partielle Ableitung, weil man sowohl nach *x* als auch nach *y* ableiten kann. Die jeweils andere Variable – die, nach der nicht abgeleitet wird – verhält sich dabei wie eine Konstante. Wenn du also nach x ableiten willst und weißt, dass *y* z. B. dem Wert 5 entspricht, dann darfst du für *y* den Wert 5 einsetzen und erst dann nach x ableiten.

Beispiel

Ein etwas schwierigeres Beispiel:

$$f(x,y) = \ x^2 \cdot y^3 + 2x + 4y$$

Partielle Ableitung nach x:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \ 2x \cdot y^3 + 2 + 0 = 2y^3 \cdot x + 2$$

$$\text{da } y \text{ und somit auch } y^3 \text{ und } 4y \text{ konstant sind}$$

Partielle Ableitung nach y:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \ x^2 \cdot 3y^2 + 0 + 4 = 3x^2 \cdot y^2 + 4$$

$$\text{da } x \text{ und somit auch } x^2 \text{ und } 2x \text{ konstant sind}$$

Regeln

Konstantenregel

Die Ableitung einer konstanten Funktion ist null.

$$\frac{da}{dx} = 0$$

Faktorregel

Konstante Faktoren bleiben beim Ableiten erhalten.

$$\frac{daf(x)}{dx} = a \cdot \frac{df(x)}{dx}$$

Summenregel

Bei Summen werden die Summanden abgeleitet.

$$\frac{d(f(x) + g(x))}{dx} = \frac{df(x)}{dx} + \frac{dg(x)}{dx}$$